

1 סילבוס הקורס המקוון במתמטיקה -- שאלון 35571

קהל יעד: תלמידי כיתה י"א הלומדים מתמטיקה ברמת 5 יחידות לימוד וניגשים לשאלון 35571 במסגרת התוכנית החדשה.
מטרת הקורס: הקניית חומר הלימוד הנדרש לשאלון 35571, חיזוק השליטה בכלים האלגבריים והגיאומטריים, פיתוח יכולת הוכחה מתמטית, תרגול שאלות ברמת בחינת הבגרות והכנה לעבודה עצמאית ומסודרת בבחינה.
אופי הקורס: קורס מקוון ללמידה עצמית במערכת Moodle. התלמיד מתקדם בקצב האישי שלו, לומד את התיאוריה באמצעות ספרים ועמודים דיגיטליים, מבצע בחנים אינטראקטיביים ומקבל משוב ופתרונות מלאים לאחר ההגשה.
מבנה הלמידה בכל יחידה:

- ספר תיאוריה או עמודי לימוד דיגיטליים הכוללים הגדרות, נוסחאות, משפטים ודוגמאות.
- תרגול הדרגתי של כל נושא באמצעות שאלות המחולקות לסעיפים.
- בחני Moodle אינטראקטיביים לבדיקת ההבנה והשליטה בחומר.
- שאלות חישוב, בחירה, כתיבת ביטויים, הוכחה וניתוח גרפים.
- משוב מיידי לאחר הגשת כל שאלה.
- פתרונות מלאים ומפורטים, שלב אחר שלב.
- שרטוטים, טבלאות, גרפים, עצי הסתברות ותרשימים המוצגים בתוך מערכת Moodle.
- אפשרות לחזור על חומר הלימוד ועל הבחנים בהתאם לקצב האישי.

נושאי הקורס המרכזיים:

- חזרה באלגברה.
- הנדסת המישור וגופים במרחב.
- סדרה הנדסית וסדרה הנדסית אינסופית.
- אינדוקציה מתמטית.
- הסתברות.
- טריגונומטריה.
- חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי.
- בחינה מסכמת מכלל נושאי הקורס.

1.1 מבנה יחידות הקורס במערכת Moodle

יחידה	נושא	תוכן היחידה
1	אלגברה -- חזרה	נוסחאות כפל מוקצר, פירוק לגורמים, משוואות ריבועיות, נוסחת השורשים, טרינום, חוקי חזקות, שורשים וכלים אלגבריים הנדרשים לפתרון שאלות הקורס.
2	גיאומטריה	נוסחאות שטח והיקף, משפטים בהנדסת המישור, משולשים, מרובעים, מעגלים, חפיפה, דמיון, תאלס, פיתגורס, כתיבת הוכחות וגופים במרחב.
3	סדרה הנדסית	האיבר הכללי, מנת הסדרה, כלל נסיגה, סכום סדרה סופית, סדרה הנדסית אינסופית, תנאי התכנסות, שאלות עם פרמטרים וסדרות חדשות הנבנות מסדרה נתונה.
4	אינדוקציה מתמטית	בסיס האינדוקציה, הנחת האינדוקציה, מעבר מ- $n = k$ ל- $n = k + 1$, הוכחת זהויות וסכומים, התחלקות, אי-שוויונות וטענות המוגדרות באמצעות כלל נסיגה.
5	הסתברות	מרחב מדגם, מאורעות, איחוד, חיתוך ומשלים, עצי הסתברות, טבלאות דו-ממדיות, הסתברות מותנית, תלות ואי-תלות והסתברות בינומית.
6	טריגונומטריה	יחסים טריגונומטריים, מעגל היחידה, זהויות, משוואות טריגונומטריות, משפט הסינוסים, משפט הקוסינוסים, שטח משולש, אורך קשת ושטח גזרה.
7	חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי	נגזרות, חקירת פונקציות, אסימפטוטות, נקודות קיצון, בעיות ערך קיצון, אינטגרלים, פונקציות קדומות וחישובי שטחים.

1.2 יחידה 1 -- אלגברה: חזרה וכלים מקדימים

היחידה מרכזת את הכלים האלגבריים הנדרשים לכל יתר חלקי הקורס.

נושאי הלימוד:

- פתיחת סוגריים וכינוס איברים דומים.
- הוצאת גורם משותף.
- נוסחאות כפל מקוצר:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- סכום והפרש של חזקות שלישיות.
- פירוק טרינום לגורמים.
- פתרון משוואות ריבועיות.
- נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- משמעות הדיסקרימיננטה.
- מציאת קדקוד של פרבולה.
- חוקי חזקות.
- חזקות שליליות וחזקות שבריות.
- שורשים ופישוט ביטויים.
- תחום הצבה ופסילת פתרונות שאינם בתחום.
- פתרון משוואות ומערכות משוואות הנדרשות בהמשך הקורס.

התרגול במערכת: שאלות חישוב קצרות, בחירת פירוק מתאים, פתרון משוואות, מציאת ערכי פרמטרים ושאלות חזרה המשלבות מספר כלים אלגבריים.

1.3 יחידה 2 -- הנדסת המישור וגופים במרחב

נושאות שטח והיקף

- שטח משולש:

$$S = \frac{a \cdot h}{2}.$$

- שטח מקבילית.
- שטח טרפז.
- שטח מעוין ודלתון באמצעות האלכסונים.
- היקף מעגל:

$$P = 2\pi R.$$

- שטח עיגול:

$$S = \pi R^2.$$

- יחסי שטחים במשולשים דומים.

משולשים ומשפטים בסיסיים

- סכום זוויות במשולש.
- זווית חיצונית למשולש.
- משולש שווה שוקיים ומשפטים הפוכים.
- תיכון, גובה וחוצה זווית.
- מרכז הכובד של משולש.
- האנכים האמצעיים ומרכז המעגל החוסם.
- חוצי הזוויות ומרכז המעגל החסום.
- שלושת הגבהים במשולש.
- משפט פיתגורס והמשפט ההפוך.
- תיכון ליתר במשולש ישר-זווית.
- משפטי הממוצע ההנדסי במשולש ישר-זווית.

חפיפה ודמיון

- משפטי החפיפה:
 צ.צ.צ., ז.ז.ז., צ.ז.ז.
- חפיפה לפי שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה.
- משפטי הדמיון:
 צ.צ.צ., צ.ז.ז., ז.ז.ז.
- יחס הדמיון.
- יחסי היקפים, גבהים, תיכונים וחוצי זווית.
- יחס שטחים כריבוע יחס הדמיון.
- הוכחת דמיון ושימוש בו לחישוב אורכים.

ישרים מקבילים ותאלס

- זוויות מתאימות, מתחלפות וחד-צדדיות.
- תנאים מספיקים להוכחת מקבילות.
- משפט תאלס.
- משפט תאלס המורחב.
- המשפט ההפוך למשפט תאלס.
- קטע אמצעים במשולש.
- קטע אמצעים בטרפז.
- משפט חוצה הזווית והמשפט ההפוך.

מרובעים

- מקבילית ותנאים מספיקים להוכחת מקבילית.
- מלבן ותנאים מספיקים להוכחת מלבן.
- מעוין ותנאים מספיקים להוכחת מעוין.
- ריבוע.
- טרפז וטרפז שווה שוקיים.
- דלתון.
- תכונות האלכסונים במרובעים השונים.
- חישובי שטחים והוכחות המשלבות מספר סוגי מרובעים.

מעגלים

- זווית מרכזית וזווית היקפית.
- זווית היקפית הנשענת על קוטר.
- קשתות ומיתרים.
- מרחק מיתר ממרכז המעגל.
- האנך ממרכז המעגל למיתר.
- מרובע חסום במעגל.
- מרובע חוסם מעגל.
- משיק למעגל ורדיוס בנקודת ההשקה.
- זווית בין משיק למיתר.
- שני משיקים היוצאים מאותה נקודה.
- שני מיתרים נחתכים.
- שני חותכים היוצאים מנקודה מחוץ למעגל.
- חותך ומשיק היוצאים מנקודה מחוץ למעגל.
- מעגלים משיקים ומעגלים נחתכים.

גופים במרחב

- מנסרה ישרה.
- גליל ישר.
- פירמידה.
- חרוט.
- שטח בסיס ושטח מעטפת.
- נפח מנסרה וגליל:

$$V = B \cdot h.$$

- נפח פירמידה וחרוט:

$$V = \frac{B \cdot h}{3}.$$

- שטח מעטפת של חרוט:

$$M = \pi R \ell.$$

- מציאת גובה, רדיוס, קו יוצר ונפח.
- שילוב בין גיאומטריה במישור לבין גופים במרחב.

התרגול במערכת: שאלות הוכחה, השלמת נימוקים, חישובי אורכים ושטחים, שאלות על משפטים בגיאומטריה ושאלות שבהן התלמיד מבצע את השרטוט על דף ומשווה לפתרון המלא.

1.4 יחידה 3 -- סדרה הנדסית וסדרה הנדסית אינסופית

נושאי הלימוד:

- זיהוי סדרה הנדסית.
- מנת הסדרה:

$$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}.$$

- כלל נסיגה:

$$a_{n+1} = q \cdot a_n.$$

- נוסחת האיבר הכללי:

$$a_n = a_1 q^{n-1}.$$

- מציאת האיבר הראשון, מנת הסדרה ומספר האיברים.
- סכום n האיברים הראשונים:

$$S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}.$$

- סדרה עולה, יורדת ומתחלפת בסימניה.
- איברים במקומות זוגיים ואי-זוגיים.
- מחיקת איברים ובניית סדרה חדשה.
- הוכחה שסדרה חדשה היא הנדסית.
- סדרות המוגדרות באמצעות פרמטרים.
- קשרים בין איברים ובין סכומים.
- סדרה הנדסית אינסופית.
- תנאי ההתכנסות:

$$|q| < 1.$$

- סכום סדרה הנדסית אינסופית:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q}.$$

- שאלות המשלבות סדרה סופית וסדרה אינסופית.
- הערה:** נוסחאות של סדרה חשבונית יכולות להופיע בחומר החזרה ככלי מסייע להבנת דפוסים ורעיונות באינדוקציה, אך יחידת הסדרות המרכזית בקורס עוסקת בסדרה הנדסית.

1.5 יחידה 4 -- אינדוקציה מתמטית

מטרת היחידה: פיתוח היכולת להוכיח שטענה נכונה לכל מספר טבעי באמצעות מבנה הוכחה קבוע ומסודר.
שלבי ההוכחה:

1. **בדיקת בסיס האינדוקציה:** בדיקת הטענה עבור הערך ההתחלתי.
2. **הנחת האינדוקציה:** הנחה שהטענה נכונה עבור $n = k$.
3. **צעד האינדוקציה:** הוכחת הטענה עבור $n = k + 1$.
4. **מסקנה:** קביעה שהטענה נכונה לכל n טבעי בתחום שנדרש.

נושאי הלימוד:

- הוכחת נוסחאות של סכומים.
- זיהוי האיבר הבא בסכום.
- שימוש נכון בהנחת האינדוקציה.

- פתיחת סוגריים ופירוק לגורמים במהלך ההוכחה.
- הוכחת טענות התחלקות.
- הוכחת אי-שוויונות.
- הוכחת טענות הכוללות חזקות.
- הוכחת טענות על סדרות.
- אינדוקציה כאשר הערך ההתחלתי שונה מ-1.
- טענות המוגדרות באמצעות כלל נסיגה.
- כתיבת מסקנה מלאה ומדויקת.

התרגול במערכת: הבחנה בין בסיס, הנחה וצעד; השלמת שלבים חסרים; בחירת האיבר שיש להוסיף; כתיבת ביטויים מתאימים ובדיקת הוכחות מלאות.

1.6 יחידה 5 -- הסתברות

נושאי הלימוד:

- מרחב המדגם Ω .
- מאורע ומאורע משלים.
- איחוד וחיתוך של מאורעות.
- מאורעות זרים.
- חוק החיבור:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

- חוק המשלים:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$

- מאורעות תלויים ובלתי תלויים.
- הסתברות מותנית:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

- בניית עץ הסתברויות.
- חישוב הסתברות לאורך מסלול.
- חיבור הסתברויות של מסלולים מתאימים.
- השלמת עץ מתוך נתונים.
- טבלאות הסתברות דו-ממדיות.
- השלמת תאים, סכומי שורות וסכומי עמודות.
- מעבר בין טבלה לבין הסתברות מותנית.
- ניסויים חוזרים.
- הסתברות בינומית:

$$P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}.$$

- הסתברות ליותר, לפחות או לכל היותר מספר מסוים של הצלחות.
 - שאלות משולבות ברמת בחינת הבגרות.
- התרגול במערכת:** בניית עצים וטבלאות, השלמת נתונים חסרים, חישוב הסתברויות, בחירת המאורע המתאים ותרגול שאלות מורכבות עם פתרונות מלאים.

1.7 יחידה 6 -- טריגונומטריה

טריגונומטריה במשולש ישר-זווית

- הגדרת סינוס:

$$\sin \alpha = \frac{\text{ניצב מול}}{\text{יתר}}.$$

- הגדרת קוסינוס:

$$\cos \alpha = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}.$$

- הגדרת טנגנס:

$$\tan \alpha = \frac{\text{ניצב מול}}{\text{ניצב ליד}}.$$

- מציאת צלעות וזוויות.
- שילוב עם משפט פיתגורס.

מעגל היחידה וזהויות

- מעגל היחידה.
- ערכים טריגונומטריים של זוויות מיוחדות.
- סימני סינוס, קוסינוס וטנגנס ברבעים השונים.
- זהויות בסיסיות:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

- הקשר:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

- זהויות של זוויות משלימות.
- זהויות של זוויות נגדיות.
- זהויות סכום והפרש.
- זהויות לזווית כפולה.
- פישוט ביטויים טריגונומטריים.
- פתרון משוואות טריגונומטריות.

משפטי הסינוסים והקוסינוסים

- משפט הסינוסים:

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R.$$

- מציאת צלע או זווית באמצעות משפט הסינוסים.
- הקשר לרדיוס המעגל החוסם.
- משפט הקוסינוסים:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

- מציאת צלע או זווית באמצעות משפט הקוסינוסים.
- בחירת המשפט המתאים לפי הנתונים.

שטחים ומעגלים

- שטח משולש:

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma.$$

- אורך קשת.
- שטח גזרה.
- רדיוס המעגל החוסם.
- שילוב בין טריגונומטריה לבין משפטים בגיאומטריה.
- שאלות הוכחה וחישוב מורכבות.

1.8 יחידה 7 -- חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

נגזרות

- משמעות הנגזרת כשיפוע המשיק.
- נגזרת של פונקציה קבועה.
- נגזרת של חזקה.
- נגזרת של סכום והפרש.
- נגזרת של מכפלה:

$$(fg)' = f'g + fg'.$$

- נגזרת של מנה:

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}.$$

- נגזרת של פונקציה מורכבת.
- נגזרות של פונקציות שורש.
- נגזרות של פונקציות טריגונומטריות.
- נגזרות של פונקציות מעריכיות.
- נגזרות של פונקציות לוגריתמיות.
- מציאת משוואת משיק.

חקירת פונקציות

- תחום הגדרה.
- נקודות חיתוך עם הצירים.
- זוגיות ואי-זוגיות.
- אסימפטוטות אנכיות.
- אסימפטוטות אופקיות.
- נקודות קיצון וסיווגן.
- תחומי עלייה וירידה.
- תחומי חיוביות ושליליות.
- בניית טבלת השתנות.
- שרטוט גרף הפונקציה.
- הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת.
- פונקציות פולינומיות.
- פונקציות רציונליות.
- פונקציות שורש.
- פונקציות טריגונומטריות.

- פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות.
- פונקציות הכוללות פרמטרים.
- טרנספורמציות של גרפים.
- ערך מוחלט והפונקציה ההופכית:

$$g(x) = |f(x)|, \quad h(x) = \frac{1}{f(x)}.$$

בעיות ערך קיצון

- הגדרת משתנה מתאים.
- קביעת תחום הערכים האפשריים.
- בניית פונקציית מטרה.
- גזירת הפונקציה.
- מציאת מקסימום או מינימום.
- בדיקת נקודות קצה.
- ניסוח תשובה מילולית המתאימה לבעיה.
- בעיות גיאומטריות.
- בעיות שטח, אורך ונפח.

אינטגרלים

- פונקציה קדומה.
- אינטגרל לא מסוים.
- קבוע האינטגרציה.
- אינטגרלים של פונקציות חזקה.
- אינטגרלים של פונקציות מעריכיות.
- אינטגרלים של פונקציות מהצורה:

$$\frac{1}{x}.$$

- מציאת פונקציה על פי הנגזרת ונקודה נתונה.
- האינטגרל המסוים.
- משפט ניוטון--לייבניץ.
- שטח בין גרף פונקציה לבין ציר x .
- שטח הנמצא מתחת לציר x .
- פיצול תחום החישוב למספר קטעים.
- שטח הכלוא בין שתי פונקציות.
- מציאת נקודות החיתוך המשמשות כגבולות האינטגרציה.
- אינטגרציה של פונקציות זוגיות ואי-זוגיות.
- שאלות הכוללות פרמטרים.

התרגול במערכת: חקירות מלאות, שאלות קצרות על שלבי החקירה, זיהוי אסימפטוטות, מציאת נקודות קיצון, שרטוט גרפים, בעיות ערך קיצון וחשובי שטחים באמצעות אינטגרלים.

1.9 מטרות ביצוע בסיום הקורס

תחום	בסיום הקורס התלמיד ידע
אלגברה	להשתמש בנוסחאות כפל מקוצר, לפרק ביטויים לגורמים, לפתור משוואות ולבצע פעולות אלגבריות הנדרשות בשאלות הקורס.
גיאומטריה	לקרוא שרטוט, לזהות את המשפט המתאים, לכתוב הוכחה מסודרת ולחשב אורכים, יחסים, שטחים ונפחים.
סדרות ואינדוקציה	לפתור שאלות בסדרה הנדסית סופית ואינסופית ולכתוב הוכחת אינדוקציה מלאה ומדויקת.
הסתברות	לבנות עצים וטבלאות, לחשב הסתברויות מותנות ובינומיות ולנתח מאורעות תלויים ובלתי תלויים.
טריגונומטריה	להשתמש בזהויות, לפתור משוואות, ליישם את משפטי הסינוסים והקוסינוסים ולשלב בין טריגונומטריה לגיאומטריה.
חשבון דיפרנציאלי	לגזור פונקציות, לבצע חקירה מלאה, למצוא נקודות קיצון ואסימפטוטות ולפתור בעיות ערך קיצון.
חשבון אינטגרלי	למצוא פונקציות קדומות, לחשב אינטגרלים ושטחים ולבחור נכון את גבולות האינטגרציה.
מיומנויות כלליות	לעבוד באופן עצמאי, לנמק שלבים, לבדוק תשובות, לזהות טעויות ולהשתמש במשוב ובפתרונות המלאים לצורך שיפור.

1.10 תרגול, משוב ומעקב התקדמות

- בכל יחידה משולבים חומרי תיאוריה ובחני תרגול.
- התרגילים מחולקים לסעיפים כדי לאפשר התקדמות הדרגתית.
- לאחר הגשת תשובה מתקבל משוב מתאים.
- לכל שאלה מצורף פתרון מלא המפרט את שלבי העבודה.
- במשימות שרטוט והוכחה התלמיד עובד על דף ולאחר מכן משווה לפתרון המוצג במערכת.
- ניתן לחזור על הבחנים ולשפר את הביצועים.
- התקדמות התלמיד נשמרת במערכת Moodle.
- מומלץ להשלים את ספר התיאוריה של כל יחידה לפני ביצוע בחני התרגול שלה.
- הבחינה המסכמת מאפשרת לזהות נושאים הדורשים חזרה נוספת לפני בחינת הבגרות.